ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1ο

Α. Τι ονομάζεται μονώνυμο, από ποια μέρη αποτελείται, τι λέγεται βαθμός του μονωνύμου και πότε δύο μονώνυμα λέγονται όμοια;
(Να δώσετε παραδείγματα).

Β. Να συμπληρώσετε τις παρακάτω ισότητες:

α. $(\alpha - \beta)^2 =$

β. $(\alpha + \beta)^3 =$

γ. $\alpha^2 - \beta^2 =$

δ. $\alpha^3 + \beta^3 =$

Γ. Να αποδείξετε τη δ.

Θέμα 2ο

Α. Σε ορθοκανονικό σύστημα αξόνων να ορίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς γωνίας ω με $0° \leq \omega \leq 180°$. *(Να κάνετε σχήμα)*

Β. Να συμπληρώσετε τις παρακάτω ισότητες:

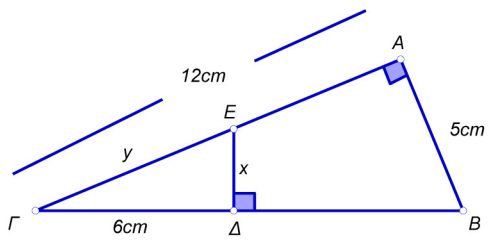
α. $\eta\mu 90° =$ **β.** $\sigma\upsilon\nu 180° =$ **γ.** $\varepsilon\varphi 0° =$ **δ.** $\eta\mu 60° =$ **ε.** $\sigma\upsilon\nu 45° =$

στ. $\varepsilon\varphi 30° =$ **ζ.** $\eta\mu 150° =$ **η.** $\sigma\upsilon\nu 135° =$ **θ.** $\varepsilon\varphi 120° =$

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1η

Στο διπλανό σχήμα είναι ΑΒ = 5cm, ΑΓ = 12cm, ΓΔ = 6cm.



Α. Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα ΓΔΕ και ΑΒΓ είναι όμοια.

Β. Να υπολογίσετε τα x, y και να βρείτε το λόγο ομοιότητάς τους.

Γ. Να βρείτε το λόγο των εμβαδών των δύο τριγώνων.

Άσκηση 2η

Να λύσετε το σύστημα: $\begin{cases} \dfrac{3x+2y}{2} = \dfrac{x+4y}{6} + y + 2 \\ 2x - \dfrac{x+y}{3} = \dfrac{x+5}{2} \end{cases}$

Να ερμηνεύσετε γεωμετρικά το αποτέλεσμα που βρήκατε.

Άσκηση 3η

Να λύσετε την εξίσωση: $\dfrac{2}{x-2} + \dfrac{x}{x+1} + 1 = \dfrac{3}{x^2 - x - 2}$

ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1ο

Α. Να συμπληρωθούν οι ισότητες:

$(\alpha+\beta)^2 = \ldots..$, $(\alpha-\beta)^3 = \ldots\ldots$ και $(\alpha+\beta)(\alpha-\beta) = \ldots\ldots..$

Β. Να αποδείξετε τη δεύτερη.

Θέμα 2ο

Να γράψετε τα τρία (3) κριτήρια ισότητας τριγώνων.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1η

Να λυθεί η εξίσωση:

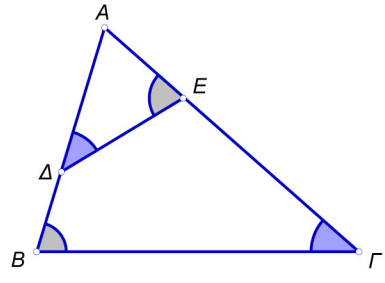
$$\frac{x}{x-3}+\frac{2}{4-x}=\frac{x}{x^2-7x+12}$$

Άσκηση 2η

Να λυθεί το σύστημα: $\begin{cases} 2\cdot(5x+3y)-5\cdot(x-2y)=22 \\ 4x-3y=5x-8y+12 \end{cases}$

Άσκηση 3η

Στο διπλανό σχήμα ισχύουν $\widehat{AB\Gamma}=\widehat{AE\Delta}$, $\widehat{A\Delta E}=\widehat{A\Gamma B}$ και $AB = 6cm$, $A\Gamma = 10cm$, $B\Gamma = 12cm$, $A\Delta = 4cm$.



α. Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα ΑΒΓ και ΑΔΕ είναι όμοια.

β. Να γραφούν οι ίσοι λόγοι των αντίστοιχων πλευρών.

γ. Να υπολογιστούν τα ΑΕ και ΔΕ.

ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1ο

Α. Να ορίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς γωνίας ω με $0° \leq \omega \leq 180°$.

Β. Να αποδείξετε ότι για οποιαδήποτε γωνία ω ισχύουν:

α. $\eta\mu^2\omega + \sigma\upsilon\nu^2\omega = 1$

β. $\varepsilon\varphi\omega = \dfrac{\eta\mu\omega}{\sigma\upsilon\nu\omega}$

Θέμα 2ο

Α. Ποια είναι η γενική μορφή μιας εξίσωσης $2^{ου}$ βαθμού με έναν άγνωστο;

Β. Ποια παράσταση ονομάζουμε διακρίνουσα;

Γ. Να αντιστοιχίσετε τα ερωτήματα της στήλης (Α) με τις απαντήσεις της στήλης (Β) στον παρακάτω πίνακα γνωρίζοντας ότι αναφέρονται σε εξίσωση $2^{ου}$ βαθμού:

Στήλη Α Διακρίνουσα	**Στήλη Β** Λύσεις εξίσωσης
Α. $\Delta > 0$	**α.** Διπλή λύση
Β. $\Delta < 0$	**β.** Αόριστη
Γ. $\Delta = 0$	**γ.** Αδύνατη
	δ. Δύο λύσεις άνισες

Μία απάντηση της στήλης (Β) περισσεύει.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1η

Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ (ΑΒ = ΑΓ) και ένα σημείο Ο στο εσωτερικό του τριγώνου τέτοιο ώστε να ισχύει ΟΒ = ΟΓ. Να αποδειχθούν ότι:

Α. $\widehat{\text{ΟΒΓ}} = \widehat{\text{ΟΓΒ}}$

Β. $\widehat{\text{ΑΒΟ}} = \widehat{\text{ΑΓΟ}}$

Γ. Τα τρίγωνα ΑΒΟ και ΑΓΟ είναι ίσα μεταξύ τους.

Άσκηση 2η

Να λυθεί η εξίσωση:

$$\frac{3x-4}{x^2-5x+6} + \frac{x}{3-x} + \frac{2}{x-2} = 0$$

Άσκηση 3η

Να λυθεί το σύστημα: $\begin{cases} (x+1)^2 + (y-2)^2 = (x-3)^2 + (y+1)^2 \\ 2x + y = 1 \end{cases}$

ΘΕΩΡΙΑ

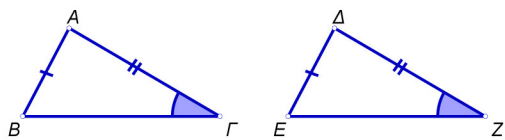
Θέμα 1ο

Α. Πότε λέμε ότι δύο τρίγωνα είναι ίσα; (ορισμός)

Β. Γράψτε τα κριτήρια ισότητας δύο τριγώνων.

Είναι τα $\overset{\triangle}{AB\Gamma}$ και $\overset{\triangle}{\Delta EZ}$ ίσα;

(δικαιολογήστε την απάντηση σας)



Θέμα 2ο

Α. Να συμπληρώσετε τις ταυτότητες:

α. $(\alpha + \beta)^2 =$ …….

β. $(\alpha - \beta)^3 =$ …….

γ. $(\alpha + \beta)(\alpha - \beta) =$ ……..

Β. Να αποδείξετε την ταυτότητα:

$\alpha^3 - \beta^3 = (\alpha - \beta)(\alpha^2 + \alpha\beta + \beta^2)$

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1η

Α. Να παραγοντοποιηθούν οι παραστάσεις:

$x^2 - 16$ και $x^2 - 5x + 4$

Β. Να βρεθεί το Ε. Κ. Π. των παραστάσεων:

$(x^2 - 16)$, $(x^2 - 5x + 4)$, $(4 - x)$

Γ. Να λυθεί η εξίσωση:

$$\frac{1}{x^2-16}+\frac{1}{4-x}+\frac{1-x}{x^2-5x+4}=0$$

Άσκηση 2η

Να λυθεί το σύστημα:

$$2(y + x) - 3(y - 3) = x - 2y + 11$$

$$\frac{2x + y}{3} = y + x - 3$$

Άσκηση 3η

Να αποδείξετε ότι: $\varepsilon\varphi^2 54° \, \sigma\upsilon\nu^2 54° + \sigma\upsilon\nu^2 126° = 1$

ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1ο

Α. Τι γνωρίζετε για τη συνάρτηση $y = \alpha x^2$ με $\alpha \neq 0$; (σχήμα)

Β. Έστω η συνάρτηση $y = \alpha x^2 + \beta x + \gamma$, $\alpha \neq 0$. Τι παριστάνει;

Ποιες οι συντεταγμένες της κορυφής της; Πότε έχει ελάχιστο, πότε μέγιστο και ποιο είναι αυτό;

Θέμα 2ο

Α. Να διατυπωθεί το Θεώρημα του Θαλή και σε σχήμα να γραφούν οι σχέσεις που το εκφράζουν.

Β. Σε δύο τρίγωνα ΑΒΓ και Α΄Β΄Γ΄ έχουμε:

α. $\alpha = \alpha'$, $\beta = \beta'$, $\hat{B} = \hat{B}'$

β. $\alpha = \alpha'$, $\hat{\Gamma} = \hat{\Gamma}'$, $\hat{B} = \hat{B}'$

γ. $\alpha = \alpha'$, $\beta = \beta'$, $\hat{\Gamma} = \hat{\Gamma}'$

δ. $\hat{A} = \hat{A}'$, $\hat{B} = \hat{B}'$, $\hat{\Gamma} = \hat{\Gamma}'$

Σε ποιες περιπτώσεις τα τρίγωνα είναι ίσα και γιατί;

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1η

$A = (x^2 - 3x + 1)^2 - 1$

$B = x^3 - 2x^2 - x + 2$

Α. Να παραγοντοποιηθούν οι Α, Β.

Β. Για ποιες τιμές του x έχει νόημα η παράσταση $\frac{A}{B}$ και κατόπιν να απλοποιηθεί.

Γ. Να λυθεί η εξίσωση $\frac{A}{B} = -1$

Άσκηση 2η

Έστω το σύστημα:

$2x + 3y = 3\alpha + \beta$

$x - 2y = \alpha + 2\beta$

Να προσδιοριστούν τα α, β αν το (Σ) έχει λύση (x, y) = (2,3).

Άσκηση 3η

Σε ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ προεκτείνω τη βάση ΒΓ και από τις δύο μεριές και παίρνω τμήματα ΒΔ = ΓΕ. Αν Μ, Ν είναι τα μέσα των ΑΒ και ΑΓ αντίστοιχα, να δειχθεί ότι ΔΝ = ΜΕ. Αν η ΔΝ και η ΜΕ τέμνονται στο Κ και φέρω την ΚΖ κάθετη στην ΔΕ, να δειχθεί ότι: το Ζ είναι μέσον της ΔΕ.

ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1ο

Α. Να συμπληρώσετε τις ταυτότητες:

α. $(\alpha + \beta)^2 = \ldots\ldots\ldots$

β. $(\alpha + \beta) \cdot (\alpha - \beta) = \ldots\ldots\ldots$

γ. $(\alpha - \beta)^3 = \ldots\ldots\ldots$

δ. $(\alpha - \beta)(\alpha^2 + \alpha\beta + \beta^2) = \ldots\ldots\ldots$

Β. Να αποδείξετε την πρώτη και την τέταρτη ταυτότητα.

Θέμα 2ο

Δίνεται η εξίσωση $\alpha x^2 + \beta x + \gamma = 0$ με $\alpha \neq 0$.

Να γράψετε τον τύπο της διακρίνουσας $\Delta = \ldots\ldots\ldots$

α. Πότε η εξίσωση έχει δύο άνισες λύσεις; Γράψτε τον τύπο των λύσεων.

β. Πότε η εξίσωση έχει μια διπλή λύση; Γράψτε τον τύπο της.

γ. Πότε η εξίσωση είναι αδύνατη;

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1η

Να λύσετε την εξίσωση:

$$\frac{4}{x^2 - 1} - \frac{1}{x} = \frac{2}{x^2 + x}$$

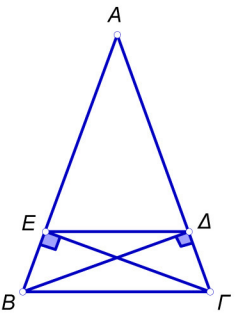
Άσκηση 2η

Να λύσετε το σύστημα:

$$\begin{cases} \dfrac{x+1}{2} - \dfrac{y}{3} = -1 \\ -2x + y = 6 \end{cases}$$

Άσκηση 3η

Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ με ΑΒ = ΑΓ. Από το μέσο Μ της βάσης ΒΓ, φέρνουμε τα τμήματα ΜΔ ⊥ ΑΒ και ΜΕ ⊥ ΑΓ. Να αποδείξετε ότι:



Α. ΜΔ = ΜΕ

Β. Το τρίγωνο ΑΔΕ είναι ισοσκελές.

ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1ο

Α. Να αποδειχτεί η ταυτότητα:

$(\alpha + \beta)^3 = \alpha^3 + 3\alpha^2\beta + 3\alpha\beta^2 + \beta^3$.

Β. Να συμπληρωθούν οι ταυτότητες:

α. $\alpha^2 - 2\alpha\beta + \beta^2 = \ldots\ldots$

β. $\alpha^3 - \beta^3 = \ldots\ldots$

γ. $(\alpha - \beta) \cdot (\alpha + \beta) = \ldots\ldots$

δ. $(\alpha + \beta) \cdot (\alpha^2 - \alpha\beta + \beta^2) = \ldots\ldots$

Θέμα 2ο

Α. Να γράψετε τα κριτήρια ισότητας τριγώνων.

Β. Να γράψετε τα κριτήρια ισότητας ορθογωνίων τριγώνων.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1η

Να λυθεί η εξίσωση:

$9(x + 2)^2 - 18(2x + 3) = 8x + 14 + 4x(2x - 1)$.

Άσκηση 2η

Αν για μία γωνία ω δίνεται $90^\circ \leq \omega \leq 180^\circ$ και $\eta\mu\omega = \frac{2\sqrt{2}}{3}$, να υπολογιστούν το συνω και η εφω.

Άσκηση 3η

Να λυθεί το σύστημα: $\begin{cases} 2x + 6 = x - y \\ y + \frac{y - 2x}{3} = -4 \end{cases}$